

MATHEMATICS (गणित)

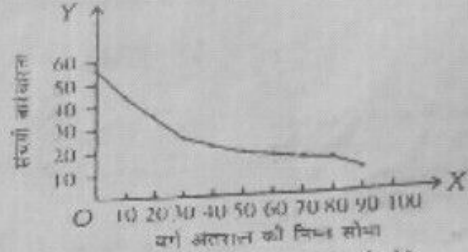
झारखण्ड (JAC) 2017 (A) बोर्ड परीक्षा में पूछे गये प्रश्न एवं उनके आदर्श उत्तर
परीक्षा की तिथि : 20 फरवरी, 2017

[Full Marks : 80

Time : 3 Hours]

समान्य निर्देश :

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. इस प्रश्नपत्र में 30 प्रश्न चार खण्डों A, B, C और D में विभाजित हैं। खण्ड A में दस प्रश्न प्रत्येक 1 अंक का, खण्ड B में पाँच प्रश्न प्रत्येक 2 अंकों का, खण्ड C में दस प्रश्न प्रत्येक 3 अंकों का तथा खण्ड D में पाँच प्रश्न प्रत्येक 6 अंकों का है।
3. रचना के उत्तर में केवल अंकन दें।
4. प्रश्नों के उत्तर प्रश्नों के साथ दिए गए निर्देश के आलोक में ही दें।
5. सभी रफ कार्य प्रश्न-सह-उत्तर पुस्तिका के अंत में दिए गए पृष्ठों पर ही कीजिए, अन्यत्र नहीं।



SECTION-B (खण्ड-'ब')

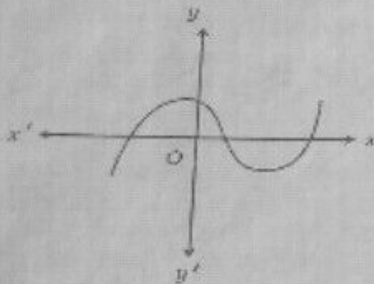
(प्रश्न संख्या 11 से 15 तक प्रत्येक 2 अंक का है)

11. बहुपद $3x^2 - x - 4$ का शून्यक ज्ञात कीजिए।
12. यदि $\tan A = \frac{3}{4}$, तो $\sin A$ और $\cos A$ का मान ज्ञात कीजिए।
13. बिन्दुओं A(2, 3) और B(4, 1) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
14. एक त्रिभुज ABC की भुजा BC पर एक बिन्दु D इस प्रकार स्थित है कि $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$ सिद्ध कीजिए कि $\angle A = \angle C$ ।
15. हम-और-राधिका दो मित्र हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि दोनों (a) के जन्मदिन विभिन्न-विभिन्न हों? (b) का जन्मदिन एक ही हो? (लीप का वर्ष छोड़ने हुए) अथवा, एक पासे को एक बार फेंका जाता है। निर्माता/लिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
(a) एक विषम संख्या (b) एक सम संख्या।

SECTION-A (खण्ड-'अ')

(प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक 1 अंक का है)

1. 140 को अपभ्रंश गुणखण्डों के गुणफल के रूप में लिखिए।
2. किसी बहुपद $p(x)$ के लिए $y = p(x)$ का प्राकृतिक आकृति में दिया गया है। बहुपद $p(x)$ के शून्यकों की संख्या लिखिए।



3. जाँच कीजिए कि $x(2x+3) = x^2 + 1$ एक द्विघात समीकरण है या नहीं।

4. मान निकालिए :

$$\frac{\sin 18^\circ}{\cos 52^\circ}$$

5. समानान्तर श्रेणी 4, 10, 16, 22, के लिए प्रथम पद तथा सार्व-अंतर लिखिए।

6. यदि एक वृत्त के परिधि और क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर हैं तो वृत्त की त्रिज्या लिखिए।

7. आकृति में यदि $DE \parallel BC$ है तो x का मान लिखिए।

SECTION-C (खण्ड-'स')

(प्रश्न संख्या 16 से 25 तक प्रत्येक 3 अंक का है)

16. 135 और 225 का HCF यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए।
अथवा, सिद्ध कीजिए कि $5 - \sqrt{3}$ एक अपरिमिय संख्या है।
17. हल कीजिए : $\frac{4}{x} + 3 = 19$ और $\frac{3}{x} + 4 = 23$
18. प्राकृतिक विधि से हल कीजिए : $2x - y = 2$, $4x - y = 4$ ।
19. एक A.P. में $a = 5$, $d = 3$ और $a_n = 50$ दिया है। n और S_n ज्ञात कीजिए।

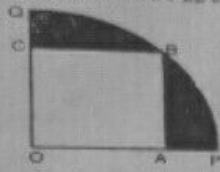
20. सिद्ध कीजिए कि

21. बिन्दु $(-4, 6)$, बिन्दुओं A $(-6, 10)$ और B $(3, -8)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को किस अनुपात में विभाजित करता है?

22. k का मान ज्ञात कीजिए ताकि निम्न तीनों बिन्दु संरेखी हों : $(7, -2)$, $(5, 1)$, $(3, k)$

23. एक त्रिभुज ABC बनाइए जिसमें $BC = 6$ cm, $AB = 5$ cm और $\angle ABC = 60^\circ$ हो। फिर एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएँ $\triangle ABC$ की संगत भुजाओं को $\frac{3}{4}$ गुनी हों।

- अथवा, 6 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। इसके केंद्र से 10 सेमी. की दूरी पर एक बिन्दु P अंकित कीजिए। इस बिन्दु से वृत्त की स्पर्श रेखा खींचिए।
24. एक वृत्त के परिधि एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है। सिद्ध कीजिए कि $AB + CD = AD + BC$.
25. एक वृत्त के चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी परिधि 22 cm है।
- अथवा, दो वर्ग आकृति में एक चतुर्भुज OPBQ के अंतर्गत एक वर्ग OABC बसा हुआ है। यदि $OA = 20$ cm है, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$)



SECTION-D (खण्ड-'द')

(प्रश्न संख्या 26 से 30 तक प्रत्येक 6 अंक का है।)

26. द्विघात समीकरण $3x^2 - 5x + 2 = 0$ के (a) विविक्तकर, (b) मूलों को इकट्ठा तथा (c) मूल, द्विघात सूत्र का उपयोग कर ज्ञात कीजिए। $2+1=3$ अथवा, दो ऐसे क्रमागत विषम धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 290 हो।
27. 7 m ऊँचे भवन के शिखर से एक केवल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इसके पार का अवनयन कोण 45° है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
- अथवा, एक समतल जमीन पर खड़ी मौनार को ज्ञया उस स्थिति में 40 मी. अधिक लंबी हो जाती है जबकि सूर्य का उन्नतांश 60° से घटकर 30° हो जाता है। मौनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
28. सिद्ध कीजिए कि एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।
29. एक तुर्की टोपी शंकु के एक छिन्नक के आकार की है। यदि इसके खुले सिरे की त्रिज्या 10 cm है, तो ऊपरी सिरे की त्रिज्या 4 cm है और टोपी की तिर्यक ऊँचाई 15 cm है, तो इसके बनने में प्रयुक्त पदार्थ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
30. निम्न आँकड़ों के माध्य अथवा माध्यिका (कोई एक) ज्ञात कीजिए :

वर्ग अन्तराल	बारंबारता
65 - 85	4
85 - 105	5
105 - 125	13
125 - 145	20
145 - 165	14
165 - 185	8
185 - 205	4

ANSWER

SECTION-A (खण्ड-'द')

1. See JAC-2014(A), Q. 1
2. शून्यकों की संख्या 3
3. See JAC-2014(A), Q. 3
4. $\frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ} = \frac{\sin 18^\circ}{\cos(90^\circ - 18^\circ)} = \frac{\sin 18^\circ}{\sin 18^\circ} = 1$

5. See JAC-2014(A), Q. 5

6. वृत्त का परिधि = वृत्त का क्षेत्रफल
 $\Rightarrow 2\pi r = \pi r^2$
 $\therefore r = 2$

7. $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CD} \Rightarrow \frac{AD}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$

$\Rightarrow AD = \frac{1.8}{5.4} \times 7.2 = 2.4$ cm.

8. वृत्त की दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को छेदक रेखा कहते हैं।

9. जैसा कि हम जानते हैं कि $P(\bar{E}) + P(E) = 1$

$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0.05 = 0.95$

10. अधिक प्रकार का तोरण

SECTION-B (खण्ड-'ब')

11. दिया है, $3x^2 - x - 4 = 3x^2 + 3x - 4x - 4$
 $= 3x(x+1) - 4(x+1)$
 $= (x+1)(3x-4)$

$3x^2 - x - 4$ का मान शून्य होगा तब $(x+1)(3x-4)$ का मान शून्य होगा।

अर्थात् $x+1=0$ या $3x-4=0$, अर्थात् $x=-1$ या $x=\frac{4}{3}$

अतः $3x^2 - x - 4$ के शून्यक -1 और $\frac{4}{3}$ हैं।

अब, शून्यकों का योग $-1 + \frac{4}{3} = \frac{-3+4}{3}$

$= \frac{1}{3} = \frac{-(-1)}{3} = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

तथा, शून्यकों का गुणनफल $-(-1)\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3} = \frac{\text{स्थिरांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

अतः शून्यकों तथा गुणांकों के बीच का सम्बन्ध सत्य है।

12. See JAC-2013(A), Q. 12

13. See JAC-2013(A), Q. 13

14. दिया है ΔAPC में बिन्दु D क्रमशः BC पर इस प्रकार स्थित है।

कि $\angle ADC = \angle BAC$

सिद्ध करता है : $CA^2 = CB \times CD$

उत्पत्ति : ΔABC और ΔDAC में

$\angle BAC = \angle ADC$ (दिया है)

$\angle ACB = \angle DCA$ (सामान्य है)

$\therefore \Delta ACB \sim \Delta DAC$ (AA - सर्वांगसमता प्रमेय)

इसलिए ΔABC और ΔDAC के भाग अनुपातिक हैं।

$\frac{CA}{CB} = \frac{CD}{CA}$

अतः $CA^2 = CB \times CD$

15. माना उमा और राधिका का जन्म दिन वर्ष के 365 दिनों में से कोई भी दिन हो सकता है।

(i) यदि राधिका का जन्म दिन उमा के जन्म दिन से भिन्न है, तो उसके जन्म दिन के अनुकूल परिणामों की संख्या $365 - 1 = 364$ होगी और सभी संभव परिणाम = 365 होगी।

$$\therefore P(\text{सधिका का जन्म दिन विना है}) = \frac{364}{365}$$

$$(ii) P(\text{उषा और सधिका का जन्म दिन एक ही है}) = \frac{364}{365} - \frac{1}{365}$$

$$= 1 - P(\text{दोनों का जन्म दिन विना है}) = 1 - \frac{364}{365} = \frac{1}{365}$$

अथवा,

$$(a) \text{ विषम संख्या} = 1, 3, 5$$

$$\text{सम संख्या} = 2, 4, 6$$

$$\text{विषम संख्या की प्रायिकता} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$(b) \text{ सम संख्या की प्रायिकता} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$16. 135 \div 225 \div 1$$

$$\frac{135}{90 \mid 135 \div 1$$

$$90$$

$$90$$

$$45 \mid 90 \div 2$$

$$90$$

$$0$$

$$225 - 135 \times 1 + 90$$

$$135 - 90 \times 1 + 45$$

$$90 = 45 \times 2 + 0$$

$$\therefore \text{HCF} = 45$$

अथवा,

यदि संभव है, तो माना $5 - \sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है,

अर्थात् ऐसी सह अभाज्य संख्या ज्ञात कर सकते हैं कि $5 - \sqrt{3} = \frac{a}{b}$

$$\text{या, } 5 - \frac{a}{b} = \sqrt{3} \quad \text{या, } \sqrt{3} = 5 - \frac{a}{b}$$

यूँकि a और b पूर्णांक हैं, इसलिए $5 - \frac{a}{b}$ एक परिमेय संख्या है अर्थात् $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है। परन्तु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। अर्थात् हमारा यह मानना कि $5 - \sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है, गलत है। अतः $5 - \sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

17. दिया गया समीकरण निकालें :

$$\frac{4}{x} + 3y = 14 \quad \dots (1)$$

$$\text{तथा } \frac{3}{x} + 4y = 23 \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) को 4 से तथा समीकरण (2) को 3 से गुण करने पर

$$\frac{16}{x} + 12y = 56 \quad \dots (3)$$

$$\text{तथा, } \frac{9}{x} - 12y = 69 \quad \dots (4)$$

समीकरण (3) और समीकरण (4) को जोड़ने पर

$$\frac{25}{x} = 125 \quad \therefore x = \frac{25}{125} = \frac{1}{5}$$

समीकरण (1) में $x = \frac{1}{5}$ रखने पर,

$$4 \times \frac{1}{5} + 3y = 14 \quad \text{या, } 3y = 14 - \frac{4}{5}$$

$$\text{या, } 3y = -6 \quad \text{या, } y = -2$$

अतः समीकरण निकाय का हल $x = \frac{1}{5}, y = -2$ है।

18. See JAC - 2015(A), Q. 18

19. See JAC - 2013(A), Q. 19

$$20. \text{L.H.S.} = \frac{\cos A}{1 + \sin A} + \frac{1 + \sin A}{\cos A} = \frac{\cos^2 A + (1 + \sin A)^2}{(1 + \sin A) \cos A}$$

$$= \frac{\cos^2 A + 1 + \sin A + 2 \sin A}{(1 + \sin A) \cos A}$$

$$= \frac{(\sin^2 A + \cos^2 A) + 1 + 2 \sin A}{(1 + \sin A) \cos A}$$

$$= \frac{2(1 + \sin A)}{(1 + \sin A) \cos A} = \frac{2}{\cos A} = 2 \sec A = \text{R.H.S.}$$

$\therefore \text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$

$$21. P = (-4, 6), x_1 = -4, y_1 = 6$$

$$A = (-6, 10), x_2 = -6, y_2 = 10$$

$$B = (3, -8), x_3 = 3, y_3 = -8$$

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow -4 = \frac{k \times 3 + (k-6)}{k+1}$$

$$\Rightarrow k \times 3 - 6 = -4k - 4$$

$$\therefore \text{अनुपात } k : 1, m_1, m_2 = k : 1$$

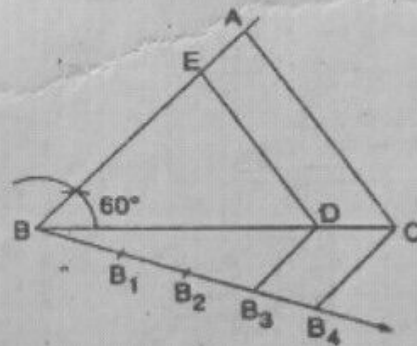
$$\Rightarrow 3k + 4k = 6 - 4 \Rightarrow 7k = 2 \Rightarrow k = \frac{2}{7}$$

$$\text{अनुपात} = k : 1 = 2 : 7$$

22. See JAC - 2015(A), Q. 22

23. रचना के चरण :

(i) दिए गए मानों से $\triangle ABC$ की रचना कीजिए जिसमें $BC = 6$ cm, $\angle ABC = 60^\circ$ और $AB = 5$ cm.



(ii) BC के नीचे एक न्यूनकोण $\angle CBX$ बनाइए।

(iii) BX पर 4 बिन्दु B_1, B_2, B_3 और B_4 लगाइए।

इस तरह $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$

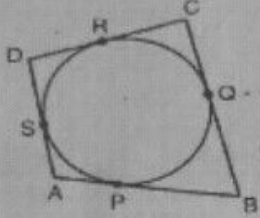
(iv) B_4C को मिलाया।

(viii) D से $ED \parallel AC$ खींचिए जो BA को E पर मिलती है। फिर $\triangle EBD$ वांछित त्रिभुज होगा जिसकी भुजाएँ $\triangle ABC$ की समतल भुजाओं का $\frac{3}{4}$ गुना होंगी।

अथवा,

See JAC - 2015(A), Q. 23 or

24. माना एक वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD है जो वृत्त के क्रमशः P, Q, R और S पर स्पर्श करती है।



सिद्ध करना है कि :

$$AB + CD = AD + BC$$

प्रमाण : चूंकि वृत्त के किसी बाहरी बिंदु से खींची गई दो स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है,

$$\therefore AP = AS$$

$$BP = BQ$$

$$DR = DS$$

$$\text{और } CR = CQ$$

सभी को जोड़ने पर,

$$AP + BP + CR + DR = AS + BQ + DS + CQ$$

$$\text{या, } (AP + BP) + (CR + DR) = (BQ + CQ) + (DS + SA)$$

$$\text{या, } AB + CD = BC + DA.$$

25. वृत्त की परिधि = 22cm

$$\Rightarrow 2\pi r = 22$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r = 22$$

$$\therefore r = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{4} \pi r^2 \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{77}{8} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

अथवा,

14 सेमी त्रिज्या वाले त्रिज्याखंड का क्षेत्रफल

$$\frac{\pi r^2 \theta}{360} = \frac{22 \times 14 \times 14 \times 40}{7 \times 360} = \frac{308}{9} \text{ सेमी}^2$$

7 सेमी त्रिज्या वाले त्रिज्याखंड का क्षेत्रफल

$$= \frac{22 \times 7 \times 7 \times 40}{7 \times 360} = \frac{154}{9} \text{ सेमी}^2$$

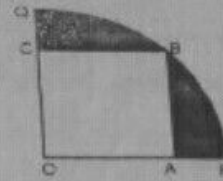
\therefore छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$= \frac{308}{9} - \frac{154}{9} = \frac{154}{9} = 17.12 \text{ सेमी}^2$$

अथवा,

चतुर्थांश की त्रिज्या

$$= OB = \sqrt{OA^2 + AB^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} \text{ cm} = 20\sqrt{2} \text{ cm}$$



\therefore चतुर्थांश OPBQ का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{1}{4} \times 3.14 \times (20\sqrt{2})^2 \text{ cm}^2$$

$$= \left(\frac{1}{4} \times 3.14 \times 800 \right) \text{ cm}^2 = 628 \text{ cm}^2$$

वर्ग OACB का क्षेत्रफल = $(20)^2 \text{ cm}^2 = 400 \text{ cm}^2$

अतः, छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$= \text{चतुर्थांश OPBQ का क्षेत्रफल} - \text{वर्ग OACB का क्षेत्रफल} \\ = (628 - 400) \text{ cm}^2 = 228 \text{ cm}^2$$

SECTION-D (खण्ड-'द')

26. See JAC - 2015(A), Q. 26

अथवा,

27. See JAC - 2014(A), Q. 27

अथवा,

See JAC - 2015(A), Q. 27 or,

28. हमें एक समकोण $\triangle ABC$ दिया है जिसका $\angle B$ समकोण है।

हमें सिद्ध करना है कि $AC^2 = AB^2 + BC^2$

cons - $BD \perp AC$

Proof, $\therefore \triangle ADE - \triangle ABC$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{या } AD \cdot AC = AB^2 \dots (i)$$

साथ ही $\triangle BDC - \triangle ABC$

$$\therefore \frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{या } CD \cdot AC = BC^2 \dots (ii)$$

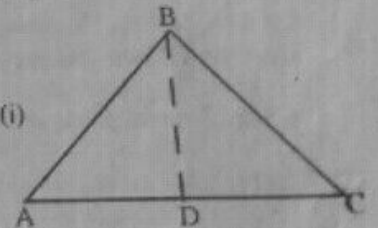
(i) और (ii) जोड़ने पर

$$AD \cdot AC + CD \cdot AC = AB^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow AC (AD + CD) = AB^2 + BC^2$$

$$\text{या } AC \cdot AC = AB^2 + BC^2$$

$$\text{या } AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ Proved}$$



29. See JAC - 2014(A), Q. 29

30. See JAC - 2013(A), Q. 30